# المحاضرة الأولى

## مقدمة

ان ميكانيكا الكم هي النظرية التي نتعامل بها مع الأنظمة الذرية والنووية ، تطورت هذه النظرية من خلال الميكانيكا الكلاسيكية وعلى وجه الخصوص ميكانيكا نيوتن والنظرية الكهرومغناطيسية لماكسويل .

## الفيزياء الكلاسيكية :-

### 1- ميكانيكا نيوتن :

ينظر الى المادة من الوجهة الكلاسيكية على انها تتكون من جسيمات نقطية تتحرك تحت تأثير قوى التفاعل المتبادلة فيما بينها طبقاً لقوانين نيوتن ، واهم هذه القوانين هو قانون الحركة : القوة = الكتلة * التعجيل ، بالاشتراك مع قانون الجاذبية نجحت هذه النظرية في وصف حركة الكواكب واعطتنا وصف مقنع لحركة الأنظمة الماكروسكوبية المتعادلة كهربائياً.جوهر ميكانيكا نيوتن يكمن في اننا نتعامل مع المادة في صورة جسيمات بكتلة محددة ، كما ان حركة أي جسيم حر تعرف تعريفاً تاماً بدلالة طاقته E وكمية حركته P.

### 2- النظرية الكهرومغناطيسية :

يهتم الشق الثاني في الفيزياء الكلاسيكية بدراسة الظواهر الكهربائية والمغناطيسية ، حيث نجد ان افضل وصف لها يتم بدلالة المجالين الكهربائي والمغناطيسي ، ويرتبط هذا المجالان بكثافة الشحنة وكثافة التيار من خلال معادلات ماكسويل المعروفة .ومن هذه المعادلات نستخلص ان كلاً من المجال الكهربائي والمجال المغناطيسية يحقق المعادلة :

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\nabla^2\right)\begin{bmatrix}E(x)\\B(x)\end{bmatrix}=0 \quad ....... \quad 1$$

هذا ينص على ان هذين المجالين ينتشران في الفراغ على شكل موجات بسرعة ثابتة C وقد كان من تخمين ماكسويل ان هذه الموجات وبترددات مناسبة هي التي تميز الاشعاع او الضوء المرئي . هنالك العديد من الظواهر التي تفسر دون ان نرجع الى التصور الموجي للاشعاع ولكن حالتي التداخل الوحيود لاتفسر تفسيراً مقنعاً الا تحت شرط التصور الموجي للاشعاع ،

يعبر عن الموجه النموذجية :

$$\exp\left[-\iota\left(\omega t - k\cdot x\right)\right] \quad \ldots\ldots\ 2$$

حيث ان ω التردد الزاوي و K متجه الانتشار ويرتبط التردد ν والطول الموجي λ بكل من ω, K بالعلاقتين

$\omega=2\pi\nu$ ، $K=2\pi/\lambda$ وان السرعة C تساوي :

$$\omega = |k| c \quad \ldots\ldots\ 3$$

يمكن الجميع بين هذين الشقين ( الميكانيكا والكهرومغناطيسية) باستخدام قانون لورنز الذي ينص على انه اذا تحرك جسيم شحنته e بسرعة v تحت تأثير مجال كهربائي ومجال مغناطيسية فانه يتأثر بقوة مقدارها :

$$F(x) = e\left(E(x) + \frac{1}{c}\upsilon \wedge B(x)\right) \quad \ldots\ldots\ 4$$

من ناحية المبدأ استطاع هذا التصور الكلاسيكي وهو اعتبار ان المادة تتكون من جسيمات نقطية والاشعاع يتكون من موجات ان يمدنا بالصياغة الأساسية لوصف كل الظواهر الفيزيائية بكون الجسيمات النقطية هي البروتونات والالكترونات حيث كل منها يحمل شحنة كهربائية وكتلة معينة ويتم التفاعل بينها تبعاً للقوى الكهرومغناطيسية وقوى الجاذبية الأساسية . الا انه وحتى قبل اكتشاف البروتون برهنت التصورات الكلاسيكية على عدم كفايتها تماماً لوصف حركة الالكترون او كيفية تفاعله مع الاشعاع.

## فشل التصورات الكلاسيكية – نظرية الكم القديمة

### 1- الصورة الجسيمية للاشعاع وفرضية بلانك

ان من أهم النتائج التجريبية التي أحدثت ثورة في المفاهيم الفيزيائية التقليدية تلك المتعلقة بالإشعاع الصادر من الأجسام عند تسخينها. فمن المعلوم عند تسخين جسم ما، نجد أن لونه يتغير مع زيادة درجة الحرارة حيث يبدأ بالأحمر ثم الأبيض ثم الأزرق. وبدلالة التردد، نقول أن الإشعاع المنبعث من هذا الجسم يبدأ بترددات منخفضة، وعند ارتفاع درجة الحرارة، تزداد الترددات، حيث أن اللون الأحمر ذو تردد قليل في منطقة طيف الإشعاع وذلك مقارنة باللون الأزرق . إن طيف التردد للإشعاع المنبعث من جسم ما يعتمد على طبيعة الجسم نفسه ، ولكن الجسم المثالي deal body ، هو الذي يمتص أو يبعث كل الترددات ، يسمى بالجسم الأسود ويعتبر حالة مثالية لأي مادة تُصدر إشعاع.

ان اول دليل اظهر فشل التصورات الكلاسيكية من دراسة ظاهرة اشعاع الجسم الأسود التي انصبت الدراسة فيها على ديناميكية تبادل الطاقة بين الاشعاع والمادة . كلاسيكا افترض ان هذا التبادل يتم بصورة متصلة . بمعنى ان أي اشعاع بتردد زاوي $\omega$ يمكن ان يعطي أي مقدار من الطاقة عند الامتصاص ، هذا المقدار يعتمد بالتحديد على شدة الطاقة في الاشعاع. اظهر العالم بلانك إمكانية الحصول على معادلة صحيحة لوصف اشعاع الجسم الأسود وذلك فقط على فرض ان تبادل الطاقة بين المادة والاشعاع يتم بصورة متقطعة ، حيث افترض ان أي اشعاع بتردد زاوي $\omega$ يقوم بتبادل الطاقة مع المادة بوحدات $\hbar\omega$ فقط حيث $\hbar$ ثابت عام يرتبط بثابت بلانك :

$$h = 2\pi\hbar \quad \ldots\ldots\ 5$$

أي ان فرضية بلانك تنص على ان أي اشعاع بتردد $\omega$ يتصرف كما لو كان عبارة عن تيار من الجسيمات سميت هذه الجسيمات بالفوتونات فيما بعد وكل جسيم يحمل طاقة مقدارها :

$$E = \hbar\omega \quad \ldots\ldots\ 6$$

وان هذه الطاقة يمكن ان تنبعث او تمتص بواسطة المادة. ونظراً لانبعاث الفوتونات بسرعة مساوية لسرعة الضوء فانه طبقاً للنظرية النسبية الخاصة تكون كتلة سكونها مساوية للصفر حيث تكتب العلاقة بين E و P على النحو الاتي :

$$\frac{E^2}{c^2} = P^2 + m^2c^2 \quad \ldots\ldots\ 7$$

وبما ان كتلة الفوتونات تساوي صفر فان المعادلة تصبح :

$$P = \frac{E}{c} \quad \ldots\ldots\ 8$$

وبحذف C من المعادلتين ( 3) و( 8) وإعادة كتابة المعادلة ( 6) مرة أخرى نجد :

$$\boxed{\begin{aligned} E &= \hbar\omega \\ P &= \hbar k \end{aligned}} \quad \ldots\ldots\ 9$$

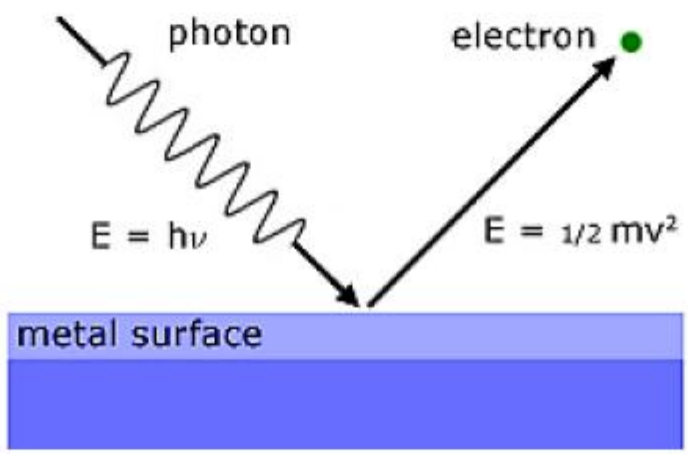
هذه المعادلة تظهر العلاقة بين البارامترات الجسيمية (E,P) أي التي تميز الجسيمات البارامترات (ω,K) للموجة المناظرة.

ان الصورة الجسيمية للاشعاع تظهر بوضوح في ظاهرة التأثير الكهروضوئي فعند سقوط حزمة من الاشعة أحادية الطول الموجي وترددها الزاوي ω على سطح معدن ينبعث من هذا المعدن عدد من الالكترونات واذا كان $\hbar\omega$ اصغر من مقدار محدد φ (φ تعتمد على طبيعة المعدن ) لاينبعث أي الكترونات من سطح المعدن مهما تغيرت شدة الاشعاع الساقط ، اما اذا كان $\hbar\omega > \varphi$ فينبعث الكترونات بطاقة حركية T حيث :

$$T= \varphi + \hbar\omega \qquad ....... \quad 10$$

**او**

$$T=1/2\, mv^2=h\nu- \varphi \ (\varphi=h\nu_o)$$




في حالة انبعاث الكترونات فان طاقتها الحركية لاتعتمد على شدة الاشعاع الساقط ولكن تعتمد على تردده فقط. هذا ما لايمكن فهمه على أساس المفهوم الكلاسيكي لتبادل الطاقة بين المادة والاشعاع بصورة متصلة الا انه من السهل فهم ظاهرة التاثير الكهروضوئي على أساس فرضية بلانك وذلك وفقاً لما يأتي :

φ هو مقدار الشغل اللازم لتحرير الكترون واحد من طاقة الوضع الجاذب بسطح المعدن وتسمى دالة الشغل . والطاقة $\hbar\omega$ تنتقل بواسطة الفوتونات الى الالكترون الموجود بسطح المعدن . فاذا كانت طاقة الفوتون اقل من φ لاينبعث أي الكترون .اما اذا كانت طاقة الفوتون اكبر من φ وأعطى الفوتون كل طاقته لالكترون ما فان هذا الالكترون يتحرر حاملاً طاقة حركية تعطى بالمعادلة ( 10) .

يعتبر التاثير الكهروضوئي تاكيداً مباشراً على فرضية بلانك حيث يعتمد على ميكانيكية تبادل الطاقة بين الاشعاع والمادة. التاثير الكهروضوئي واشعاع الجسم الأسود يوضحان فقط ان تبادل الطاقة يتم بوحدات $\omega\hbar$ اما الطبيعة الجسيمية للاشعاع نفسه فتتجلى عند دراسة استطارة الاشعة السينية بواسطة الالكترونات ( تأثير كومبتون).

مثال : دالة الشغل للصوديوم تساوي 1.82eV احسب تردد العتبة او دالة الشغل $\nu_o$ للصوديوم ؟

الحل /

نقوم بتحويل دالة الشغل الى الجول

$$\varphi = 1.82eV \times 1.6 \times 10^{-19}\ J/eV$$

$$= 2.92 \times 10^{-19}\ J$$

$$h\nu_o = \varphi$$

$$6.63 \times 10^{-34}\ \nu_o = 2.92 \times 10^{-19}$$

$$\nu_o = 4.40 \times 10^{14}\ Hz$$

مثال : اشعة فوق بنفسجية طولها الموجي $3500A^\circ$ تسقط على سطح بوتاسيوم اقصى طاقة حركية للالكترونات الضوئية هي 1.6eV احسب دالة الشغل للبوتاسيوم ؟

$$T = h\nu - \varphi$$

$$\varphi = h\nu - T$$

$$\varphi = 1.95eV$$

# المحاضرة الثانية

## ظاهرة كومبتون

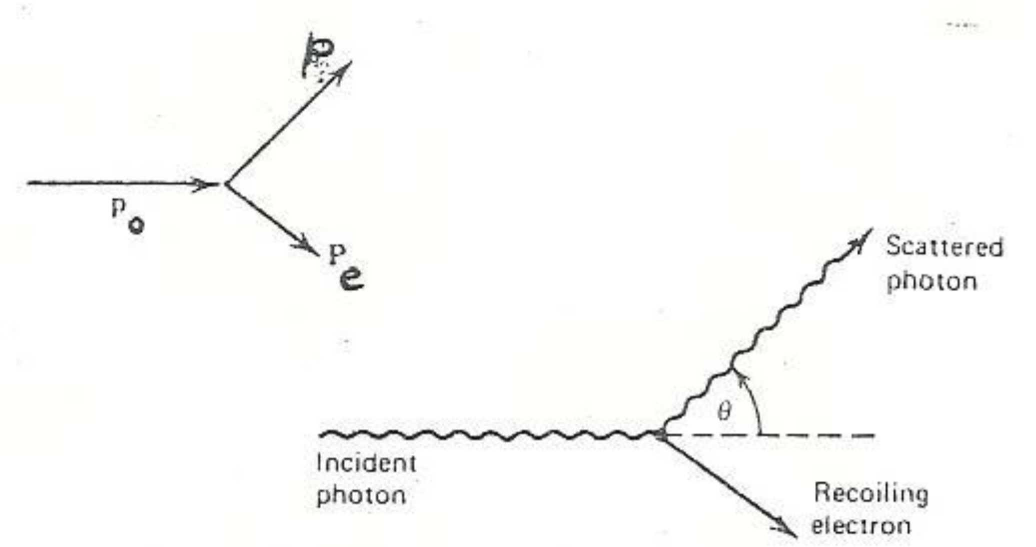
لقد وجد كومبتون من خلال تجربته التي اسقط فيها الاشعة السينية على لوح من الكاربون أن الإشعاع المتبعثر له مركبتين؛ مركبة طولها الموجي مساوٍ لطول موجة الإشعاع الساقط ومركبة أخرى تختلف في طولها الموجي عن الطول الموجي للإشعاع الساقط وتعتمد على زاوية البعثرة وقد تمكن كومبتون من شرح وجود مركبة الإشعاع المتبعثرة ذات الطول الموجي المختلف عن الطول الموجي الساقط وذلك باعتبار الشعاع الساقط عبارة عن شعاع من الفوتونات بطاقة hv حيث يعاني كل فوتون من تبعثر (تشتت) مرن elastic scattering مع كل إلكترون .

وكما هو معلوم، في حالة التشتت المرن فإن كمية الحركة momentum والطاقة energy كميات تخضع لقانون الحفظ (البقاء). ولتفسير هذه الظاهرة رياضياً، افترض كومبتون أن الفوتون له كمية حركة p تعطى بالعلاقة :

$$p = \frac{E}{C} = \frac{hv}{C} \qquad ....... \quad 1$$

نفترض الآن وجود فوتون بكمية حركة ابتدائية $p_o$ ساقط على إلكترون ساكن .وبعد التصادم، نفترض أن كمية الحركة للفوتون p اما الإلكترون فيحدث له ارتداد بكمية حركة $p_e$ وبتطبيق قانون بقاء كمية الحركة كما في معادلة (7) .

$$P_e = P_o + P \qquad ....... \quad 2$$




الشكل (1) يمثل ظاهرة كومبتون

بتربيع طرفي المعادلة (2) :

$$P_e^2 = P_o^2 + P^2 - 2P_o P \cos\theta \qquad \ldots\ldots\ 3$$

طاقة الإلكترون والفوتون قبل التصادم :

$$E_o = mc^2$$

$$E = h\nu_o \qquad \ldots\ldots\ 4$$

طاقة الإلكترون والفوتون E بعد التصادم :

$$(E_o^2 + P_e^2 c^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$E = h\nu \qquad \ldots\ldots\ 5$$

**قانون بقاء الطاقة :طاقة الإلكترون والفوتون الساقط قبل التصادم = طاقة الإلكترون والفوتون بعد التصادم.**

$$h\nu_\circ + mc^2 = h\nu + (m^2c^4 + p_e^2c^2)^{1/2} \qquad \ldots\ldots\ 6$$

**بنقل hv للطرف الأيسر وتربيع طرفي المعادلة :**

$$(h\nu_\circ + mc^2 - h\nu)^2 = (m^2c^4 + p_e^2c^2)$$

or

$$\begin{aligned} m^2c^4 + p_e^2c^2 &= (h\nu_\circ - h\nu + mc^2)^2 \\ &= (h\nu_\circ - h\nu)^2 + 2mc^2(h\nu_\circ - h\nu) + m^2c^4 \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ 7$$

بالتعويض في معادلة (3) عن

$$p = \frac{h\nu}{c},\ p_\circ = \frac{h\nu_\circ}{c}$$

$$\therefore p_e^2 = \left(\frac{h\nu_\circ}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu_\circ}{c}\right)\left(\frac{h\nu}{c}\right)\cos\theta$$

حيث $\theta$ هي الزاوية المحصورة بين اتجاه الشعاع المشتت والشعاع الساقط. بضرب طرفي المعادلة في $C^2$ :

$$p_e^2c^2 = (h\nu_\circ)^2 + (h\nu)^2 - 2(h\nu_\circ)(h\nu)\cos\theta \qquad \ldots\ldots\ 8$$

وللحصول على مربع كامل، نضيف ونطرح $(2hv_\circ hv)$ للمعادلة (8) :

$$p_e^{\,2}c^2\;\underbrace{(hv_\circ)^2+(hv)^2-2hv_\circ hv}_{(hv_\circ-hv)^2}+\underbrace{2(hv_\circ)(hv)-2(hv_\circ)(hv)\cos\theta}_{2hv_\circ hv(1-\cos\theta)} \qquad \ldots\ldots\ 9$$

$$\therefore p_e^{\,2}c^2=(hv_\circ-hv)^2+2hv_\circ hv(1-\cos\theta) \qquad \ldots\ldots\ 10$$

بالتعويض عن قيمة $(hv_\circ-hv)^2$ من معادلة (10) في (7) نحصل على :

$$m^2c^4+p_e^{\,2}c^2=p_e^{\,2}c^2-2hv_\circ hv\,(1-\cos\theta)+2mc^2(hv_\circ-hv)+m^2c^4 \qquad \ldots\ldots\ 11$$

بحذف الحدود المتشابهة من طرفي المعادلة :

$$\begin{aligned}
2hv_\circ hv(1-\cos\theta)&=2mc^2(hv_\circ-hv)-\\
&=2mc^2h(v_\circ-v)\\
&=2mc^2h\left(\frac{c}{\lambda_\circ}-\frac{c}{\lambda}\right)2mc^2hc\left(\frac{1}{\lambda_\circ}-\frac{1}{\lambda}\right)
\end{aligned}$$

$$2h\frac{c}{\lambda_\circ}h\frac{c}{\lambda}(1-\cos\theta)=2mc^2h\frac{\lambda-\lambda_\circ}{\lambda_\circ\lambda} \qquad \ldots\ldots\ 12$$

or

$$2h^2\frac{\cancel{c}^2}{\lambda_\circ\lambda}(1-\cos\theta)\,2mc^3\cancel{h}\frac{\lambda-\lambda_\circ}{\lambda_\circ\lambda}$$

$$h(1-\cos\theta)=mc(\lambda-\lambda_\circ)$$

$$\text{or} \quad \boxed{\lambda - \lambda_{\circ} = \frac{h}{cm}(1-\cos\theta)} \qquad \ldots\ldots\ 13$$

لاحظ أن (h/mc) يسمى طول موجة كومبتون للالكترون ومقداره :

$$\frac{h}{mc} \cong 2.4 \times 10^{-10}\,\text{cm}$$

**س / اذا علمت ان طول موجة اشعة اكس الساقطة على لوح من الكاربون تساوي $0.01A^{\circ}$ فما طول موجة اشعة اكس التي تشتت بزاوية $30^{\circ}$ ؟**

## الخصائص الموجية للمادة (موجات ديبرولي) وحيود الإلكترون

في بداية القرن العشرين نجح العالم اينشتاين في تفسير الظاهرة الكهروضوئية بالعودة الى النظرية الجسيمية وفرضه ان الضوء عبارة عن جسيمات او كمات سمى كل جسيم او كم بالفوتون فاصبح هنالك غموض هل الضوء موجة ام جسيم ؟ حتى جاء العالم الفرنسي ديبرولي في عام 1924 ، وقدم نموذجاً يبين فيه الطبيعة الموجية للمادة؛ فإذا كان الضوء- ذو الطبيعة الموجية – يسلك أحياناً كما لو كان جسيمات، فلماذا لا يكون للمادة طبيعة موجية؟!! وقد صاغ ديبرولي فكرته هذه بصيغة رياضية- اقتبسها من علاقة اينشتاين التي ترتبط بين طول موجة الفوتون $\lambda$ وكمية حركته $p$ فاذا كان جسيم كتلته $m$ وسرعته $v$ فان كمية حركته $p=mv$ عندئذ فان الجسيم وحسب نموذج ديبرولي سيكون له طول موجي $\lambda$ يعطى بالعلاقة :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

ويمكن اثبات ذلك من خلال علاقة اينشتاين بين التردد والطول الموجي :

$$\lambda = \frac{c}{v} = \frac{hc}{hv} = \frac{hc}{E} = \frac{h}{\left(\frac{E}{c}\right)} = \frac{h}{p}$$

مثال / احسب الطول الموجي لكرة كتلتها 0.14 kg وسرعتها 40 m/sec وقارن هذا الطول الموجي مع طول موجة الكترون سرعته 1.00% من سرعة الضوء ؟

الحل /

كمية الحركة للكرة هي : $p=mc_o= 0.14 \times 40 = 5.6\ kg.m.s^{-1}$

الطول الموجي حسب معادلة ديبرولي :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{5.6} = 1.2 \times 10^{-34} m$$

نلاحظ أن هذا الطول الموجي متناهي في الصغر، نوجد الآن كمية حركة الإلكترون:

$$p=m_e v= 9.1 \times 10^{-31} \times 3\times10^{8}\times0.01=2.73 \times10^{-24}\ kg.m.s^{-1}$$

طول موجة ديبرولي للالكترون هو :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2.73 \times 10^{-24}} = 2.43 \times 10^{-10} m = 243 pm$$

حيث ان pm يساوي $10^{-12}$m وهذه القيمة مقارنة بالابعاد الذرية

من خلال هذه القيم، يتضح لنا أن طول موجة ديبرولي للإلكترون مقاربة لطول موجة الأشعة السينية. وهذا يعني أن الإلكترون سيسلك كما لو كان أشعة سينية.!! أما بالنسبة للكرة فإن طول موجة ديبرولي لها قصير جداً مقارنة بالأبعاد الذرية.

## سرعة موجة ديبرولي

ان سرعة انتشار موجة ديبرولي يرمز لها بالرمز w وتكتب بالعلاقة :

$$w = \lambda\nu \qquad \ldots\ldots\ 1$$

من طول موجة ديبرولي :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \qquad \ldots\ldots\ 2$$

من معادلة بلانك :

$$E = h\nu$$

$$\nu = \frac{E}{h} \qquad \ldots\ldots\ 3$$

الطاقة من معادلة اينشتاين :

$$E = mc^2 \qquad \ldots\ldots\ 4$$

نعوض معادلة (4) في معادلة (3) نحصل على :

$$\nu = \frac{mc^2}{h} \qquad \ldots\ldots\ 5$$

نعوض المعادلتين (5) و (2) في معادلة (1) :

$$w = \frac{h}{mv} . \frac{mc^2}{h} = \frac{c^2}{v}$$

ومن هذه العلاقة يتضح ان سرعة الموجة اكبر بكثير من سرعة الجسيم وبالتالي فان سرعة الموجة تسبق الجسيم حيث ان سرعة الموجة اقل دوماً من سرعة الضوء في الفراغ وهذا يعني ان موجة ديبرولي تسير بسرعة اكبر من سرعة الضوء .

س/ ما هو طول موجة ديبرولي لالكترون يسير بسرعة $1\times10^{8}$ m/sec وكذلك بروتون يسير بنفس السرعة ؟

س/ احسب طول موجة ديبرولي المصاحبة لالكترون سرعته 0.8c .

س/ احسب طول موجة ديبرولي لجسيم كتلته 60kg وسرعته 20 m/sec .

# المحاضرة الثالثة

## نظرية بور

في عام 1911 ، قدم العالم الدنماركي نيلس بورNiels Bohr نظريته الشهيرة لذرة الهيدروجين والتي تشرح وتفسر ببساطة الطيف المنبعث من الذرة.

طبقاً للنموذج النووي للذرة، والذي يقوم على النتائج التجريبية لتطاير جسيمات $\alpha$ يمكن اعتبار أن كتلة الذرة متركزة في النواة والتي تعتبر ثابتة ، ويدور حولها إلكترون. القوة F التي يرتبط بها الإلكترون في مدار دائري هي قوة كولوم حسب قانون كولوم.

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{(Ze)(e)}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1$$

حيث (Ze) هي شحنة النواة لذرة الهيدروجين ( Z=1 ) و e هي شحنة الالكترون

$$\varepsilon_\circ = 8.85 \times 10^{-12}\ c^2\ N^{-1}\ m^{-2}$$

حيث r هو نصف قطر الذرة ، تتوازن قوة كولوم مع القوة الطاردة المركزية أي ان :

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2$$

حيث v هي السرعة الخطية للإلكترون ، بمساواة القوتان نجد:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3$$

طبقاً لقوانين الفيزياء الكلاسيكية، فإن الجسم المشحون المتسارع. يصدر إشعاع مما يؤدي إلى فقدان لطاقته، ولهذا السبب فإن الإلكترون سيفقد طاقته خلال دورانه حول النواة وسيدور في شكل حلزوني ويتلاشى داخل النواة، وعليه فلا يمكن أن يوجد مدار مستقر للالكترون. وللخروج من هذا الإشكال اقترح بور فرضياته التي تخالف قوانين الفيزياء التقليدية.

## الفرضية الأولى:

## المدارات الإلكترونية المستقرة (الثابتة).

وهذه الفرضية هي تَحدٍ بالمفاهيم التقليدية للفيزياء. ولقد حدد بور هذه المدارات باستحداث شرط التكميم وافترض أن كمية الحركة الزاوية مكملة حسب العلاقة.

$$L = mvr = n\hbar \quad , \ n = 1, 2, \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ 4$$

من هذه العلاقة نجد أن :

$$V = \frac{n\hbar}{mr}$$

بالتعويض في معادلة (3) :

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m}{r}\left(\frac{n\hbar}{mr}\right)^2 \frac{mn^2\hbar^2}{m^2r^3} \qquad \ldots\ldots\ 5$$

وفيها نجد أن.

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} e^2 = \frac{n^2\hbar^2}{mr} \rightarrow r = \frac{4\pi\varepsilon_o\hbar^2}{me^2} . n^2 \qquad \ldots\ldots\ 6$$

ومن هذه العلاقة نجد أن أنصاف أقطار المدارات لها مقادير محددة أو مكممة. إن أقل نصف قطر للإلكترون يوجد بالتعويض عن n=1.

$$r = \frac{(4\pi)(8.85\times10^{-12}\,c^2\,N^{-1}\,m^{-2})(1.055\times10^{-34}\,J.s)^2}{(9.11\times10^{-31}\,kg)(1.602\times10^{-19}\,c)^2}$$

$$= 5.29\times10^{-11}\ m = 52.9\,pm \approx 0.53\,\mathring{A}$$

وهذه القيمة يرمز لها عادة ب $a^o$ .

الطاقة الكلية للإلكترون E هي عبارة عن مجموع طاقتي الحركة $(T=1/2\ mv^2)$ وطاقة الجهد V(r) والتي تساوي :

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{1}{r} \qquad \ldots\ldots\ 7$$

الإشارة السالبة تعني أن البروتون والإلكترون يجذب كل منهما الآخر .

لاحظ أن طاقة التجاذب بين البروتون والإلكترون تقل كلما زادت المسافة بينهما وعند

$r = \infty$ فإن $V(\infty) = 0$

$$E = KE + V(r) = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{1}{r}\right) \qquad \ldots\ldots\ 8$$

من المعادلة (3) :

$$\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}\right]$$

يمكن كتابة $mv^2$ بالصيغة :

$$mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r}$$

**بالتعويض في معادلة (8):**

$$\therefore E = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r}\right) - \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r}$$
$$= -\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r} \qquad \ldots\ldots\ 9$$

بالتعويض عن r معادلة (6) في معادلة (9) :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$E = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{\dfrac{4\pi\varepsilon_\circ\hbar^2}{me^2}n^2} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_\circ^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} \quad \ldots\ldots\ 10$$

**بالتعويض في معادلة (10) عن :** $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$$E = -\frac{me^4}{32\cancel{\pi^2}\varepsilon_\circ^2\dfrac{h^2}{4\cancel{\pi^2}}}\frac{1}{n^2} \quad \ldots\ldots\ 11$$

$$\therefore E_n = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_\circ^2}\frac{1}{n^2} \qquad n = 1, 2, \ldots\ldots\ldots$$

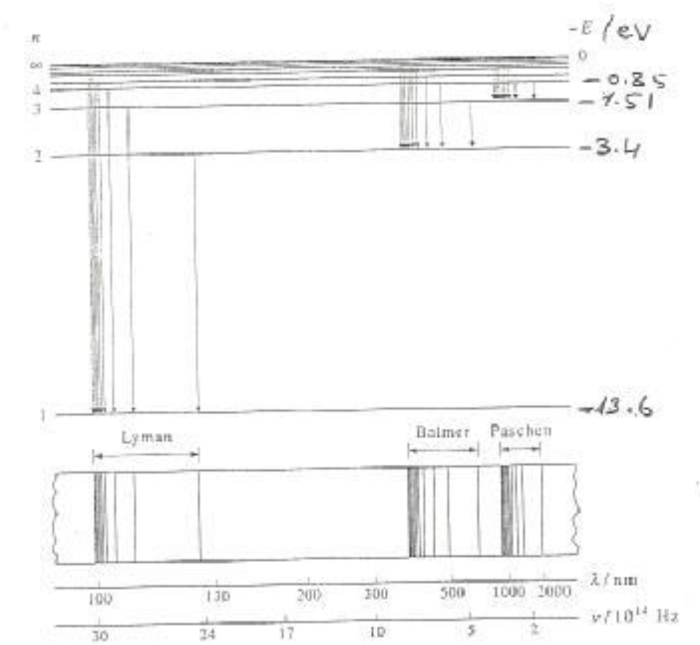
الإشارة السالبة في هذه المعادلة تدل على أن حالات الطاقة حالات مقيدة.

في حالة $n=1$ فان المعادلة (11) تعطينا اقل طاقة وتسمى بالطاقة الأرضية او طاقة الحالة الأرضية ground-state اما طاقة الحالات الأعلى تسمى الحالات المستثارة او المتهيجة excited states وتكون غير مستقرة وعندما تكون الذرة او الجزيء في الحالة المتهيجة فانها ترجع للحالة الأرضية وتعطي طاقة في صورة موجات كهرومغناطيسية

**الفرضية الثانية** : يمكن للالكترونات أن تنتقل أو تقفز من مداراتها بطريقة غير متصلة وأن التغير في الطاقة $\Delta E$ يؤدي لانبعاث إشعاع له تردد $h\nu$ ولهذا السبب لو انتقل إلكترون من المدار الذي له $n_2=1$ إلى المدار ذو $n_1=2$ فان الفرق في الطاقة :

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_\circ^2 h^2}\frac{1}{n_2^2} - \left(-\frac{me^4}{8\varepsilon_\circ^2 h^2}\frac{1}{n_1^2}\right) \qquad \ldots\ldots \quad 12$$

$$\Delta E = \frac{me^4}{8\varepsilon_\circ^2 h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) = h\nu$$




الشكل (2) يمثل مخطط مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين ويظهر الانتقالات خلال المستويات ويوضح السلاسل الطيفية لذرة الهيدروجين.

من معادلة (12) يمكننا الحصول على الصيغة الرياضية للعلاقة العددية المعروفة بمعادلة ريدبرج والتي تصف جميع خطوط الطيف لذرة الهيدروجين بالتعويض عن hv ب $\frac{hc}{\lambda}$ في معادلة (12) نحصل على :

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_\circ^2 h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

وفيها نجد $\frac{1}{\lambda}$ :

$$\frac{1}{\lambda}=\frac{me^4}{8\varepsilon_\circ^{\,2}h^3c}\left(\frac{1}{n_1^{\,2}}-\frac{1}{n_2^{\,2}}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots \quad 13$$

$$\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{n_1^{\,2}}-\frac{1}{n_2^{\,2}}\right)\ldots\ldots\ldots$$

حيث RH هو ثابت ريدبرج Rydberg constant :

$$R_H=\frac{me^4}{8\varepsilon_\circ^{\,2}h^3c}=\frac{(9.11\times10^{-31}kg)(1.60\times10^{-19}c)^4}{(8)(8.85\times10^{-12}c^2N^{-1}m^{-2})(6.63\times10^{-34}J.s)^3(2.0\times10^8m/s)}$$

$$R_H^{(1)}=1.089\times10^7m^{-1}$$

بالنظر لخطوط الطيف في الشكل (2) يمكن أن نلاحظ التوافق بين نموذج بور وهذه الخطوط المتفقة مع النتائج التجريبية .فمثلاً خطوط سلسلة ليمان Lyman تنشأ من رجوع (استرخاء) الإلكترونات المستثارة من المستويات العليا للمدار الأول (n=1) ، وكذلك خطوط سلسلة بالمر Balmer series تحدث من استرخاء الإلكترونات المستثارة من كل المستويات العليا للمستوى الثاني (n=2).

**مثال / احسب طاقة التأين لذرة الهيدروجين؟**

**الحل /** طاقة التأين هي الطاقة اللازمة لإزالة الإلكترون من مستوى الحالة الأرضية $n_1=1$ إلى الحالة غير المقيدة أي $n_2=\infty$ .

$$\Delta E = \frac{me^4}{8\varepsilon_\circ^2 h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$= \frac{(9.1\times10^{-34}\,kg)\,(1.9\times10^{-19}\,c)^4}{(8)\,(8.85\times10^{-12}\,c^2N^{-1}m^{-2})\,(6.63\times10^{-34}\,J.s)^2}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right)$$

$$= 2.18\times10^{-18}\ J = 13.6\ eV$$

في عام1925 ظهرت النظرية الحديثة لميكانيكا الكم وذلك بناءً على الأبحاث التي رسخ دعائمها كل من العالم هيزنبرج W. Heisenberg والعالم ماكس بورن M. Born والعالم شرودنجر E. Shrodinger والعالم ديراك P. Dirac .

س / أقصى طاقة حركية لإلكترونات منبعثة من سطح ألومنيوم تساوي 2.3 eV وذلك عند تعرض هذا السطح لأشعة ذات طول موجي $2000A^\circ$ أما عند تعرض السطح لأشعة طولها الموجي $2580A^\circ$ فإن الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة تساوي 0.9 eV احسب قيمة دالة الشغل للألمونيوم؟ Ans/ 3.92eV

س/ اشعة x استطارت بالكترون ساكن ، احسب طاقة اشعة x الساقطة اذا علمت ان طول موجة الاشعة المستطارة عند زاوية $60^\circ$ تساوي $0.035A^\circ$ ؟ Ans/ $E=5.4 \times 10^5$eV

## المحاضرة الرابعة

س/ اشتق طاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين باستخدام صيغ بوهر.

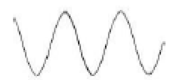
س/ اشتق علاقة تتنبأ بترددات أطياف خط الهيدروجين.

Energy $E = \frac{1}{2}mv^2$

Momentum $\vec{p} = m\vec{v}$

E-p relation $E = \frac{p^2}{2m}$

Force $F = ma = m\frac{d^2}{dt^2}$



Energy $E = hv = \hbar w$

Wavelength $\lambda = \frac{c}{v}$

Wavelength of particle $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$

Wave equation $\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x.t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Psi(x.t)$

- Wave particle duality principle

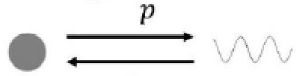
Particle: momentum ⇒ wavelength

Wave: wavelength ⇒ momentum

The momentum of photon $p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k.$ $\left(\hbar = \frac{h}{2\pi}.\ k = \frac{2\pi}{\lambda}\right).$

The wavelength of particle $\lambda = \frac{h}{p},$ (*De Broglie wavelength*).

$\lambda = \frac{h}{p}$



$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$

## بزوغ ميكانيكا الكم او نهاية ذرة بور

ان كل ما تكلمنا عنه حتى هذه اللحظة يسمى نظرية الكم القديمة فاذا ما هو شكلها الحديث؟ لقد أدى اكتشاف الموجات المصاحبة للالكترونات الى امران في غاية الأهمية ، ولذلك كان لابد من وصف رياضي يتيح للالكترون الانتقال من مدار الى اخر ويشع فائض طاقته على شكل فوتون ضوئي .عندما ادخل اينشتاين فكرة ان الضوء يمتلك جسيمات وضح كيف ان الموجات الضوئية هي من يحدد كيفية انتقال الفوتون من مكان الى اخر . الان وبنفس الطريقة يجب ان تحدد موجات المادة كيفية انتقال الالكترون من مدار الى اخر داخل الذرة.لايمكن وصف ذلك بالميكانيكا الكلاسيكية للموجات بل لابد من معادلات أخرى تنسجم مع أفكار الكم الجديدة .

تم ذلك في عام ١٩٢٦ عندما نشر العالم النمساوي ارفن شرودنكر Schrodinger نظريته الخاصة والتي تحدد كيفية انتشار أمواج المادة داخل الذرة ، لقد صاغ نظريته على شكل معادلته الشهيرة جدا عند الفيزيائيين وتسمى معادلة شرودنكر Schrodinger Equation وهذا هو اول الامران الهامين.

كانت الفيزياء الكلاسيكية تفترض ان الجسيم المادي يمكن تمثيله على شكل نقطة وبالتالي يمكن توصيف موقع هذا الجسيم وكمية حركته في أي لحظة بواسطة ثلاث احداثيات مع ثلاث مركبات للسرعة ، ويتم كل ذلك بدقة . لكن هذا الوضع انقلب راساً على عقب بعد اكتشاف الموجات المصاحبة للالكترون. فامكانية تمثيل الجسيم المادي على شكل موجات في المستوى الذري يفرض بعض القيود لتحديد بعض خواص الجسيم في وقت واحد كالموقع وكمية الحركة ، والتي كان العالم هايزنبيرغ Heisenberg اول من فطن الى هذه الظاهرة وصاغها في مبدأ مشهور هو مبدأ اللادقة Uncertainty Principle وهذا ثان الامران الهامين.

كان لاكتشاف هذان الامران بداية لحقبة جديدة في الفيزياء الكمية وقد سميت تلك الفترة وما بعدها بالاسم المرعب ميكانيكا الكم Quantum Mechanics.

وقد اكتشفت ميكانيكا الكم مرتان ، الأولى كانت بواسطة هايزنبيرغ في العام ١٩٢٥ وقد صاغ نظريته على شكل مصفوفات والمرة الثانية كانت بواسطة شرودنكر في عام ١٩٢٦ وقد صاغ نظريته على شكل موجات ميكانيكية وفيما بعد برهن شرودنكر ان هاتان الصورتان متكافئتان رياضياً وتعطيان نفس النتائج النهائية لكن طريقة الموجات الميكانيكية اسهل رياضياً من المصفوفات.

## الدالة الموجية وبداية الضباب

لقد بينا من نظرية دي برولي إمكانية تمثيل الجسيم المادي بموجة لكن تلك النظرية مهتمة بدراسة الموجة في بعد واحد وهو الانتقال حول محيط المدار داخل الذرة . استخدم شرودنكر تلك الأفكار وطور دراسة هذه الأمواج من بعد واحد الى ثلاثة ابعاد .في ظل الميكانيكا الموجية يتم وصف ودراسة جميع خصائص الجسيم المادي كالموقع وكمية الدفع والطاقة الحركية وغيرهما عن طريق ما يسمى بالدالة الموجية wave function . ويرمز لها بالرمز $\Psi(r,t)$ ، وهي كما نرى دالة تعتمد على الموقع والزمن.

ان المعادلة التي تصف تطور هذه الدالة مع الزمن في الأنظمة الفيزيائية هي معادلة شرودنكر . لماذا اخترنا عنوان الضباب لهذا الجزء ؟ بسبب ان تخيل الدالة الموجية في الواقع امر صعب جداً ، فالموجات التي تصف الالكترون هنا لا يمكن تشبيهها باي طريقة كانت بالموجات الصوتية او موجات الماء او حتى الموجات الكهرومغناطيسية. فهي وصف رياضي تجريدي بحت قابع داخل الدالة $\Psi(r,t)$ .

إضافة الى ذلك فانه لا يوجد فضاء فيزيائي واضح تنتشر فيه تلك الموجات ، فموجات الماء تحتاج الى ماء تنتشر فيه والصوت يحتاج الى هواء حتى يتنشر فيه ، لكن الالكترون ينتشر في ماذا ؟ اذا كنا نتصور انه ينتشر في الفراغ الذي حول الذرة فما هو ذلك الفراغ اننا نتكلم عن اصغر وحدات الكون فاذا تخيلت وجود فراغ فان هذا الفراغ يتكون من ذرات ونحن نتكلم عن اصغر مكونات الذرة وهو الالكترون . لكي نفهم ذلك نتخيل ان ضباب كثيف يحيط بالشمس ، حيث الضباب هوه الالكترون والشمس هي النواة.

## شرودنكر يصوغ قانون نيوتن الثاني على طريقته الضبابية

**ان المعادلة التي تصف تطور الدالة الموجية** $\Psi(r,t)$ مع الزمن وتسمى معادلة شرودنكر وهي عصب ميكانيكا الكم وتناظر بالضبط قانون نيوتن الثاني في الميكانيكا الكلاسيكية والي يصف تطور حالة الجسم العادي مع الزمن .

احد فروض الميكانيكا الكمية ينص على ان لكل كمية فيزيائية يمكن قياسها هناك مؤثر او معامل مناظر لها .

ويختصر اسم معادلة شرودنكر الى :

T.D.S.E (Time Dependent Schrodinger Equation)

إن المعادلة الموجية التي تصف حركة الموجية في الميكانيك الكلاسيكي هي :

$$\psi(x,t) = \cos(kx - \omega t) + \quad \sin(kx - \omega t)$$

نشتق المعادلة أعلاه بالنسبة للموقع

$$\frac{d\psi}{dx} = -ksin(kx - wt) + kcos(kx - wt)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2cos(kx - wt) - k^2sin(kx - wt)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2[cos(kx - wt) + sin(kx - wt)]$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi$$

**Particle description** **Wave description**

$$Since\ E = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + V$$

$$then\ \upsilon = \sqrt{\frac{2(E-V)}{m}}$$

$$and\ \ p = m\upsilon = \sqrt{2m(E-V)}$$

$$from\ \frac{d^2\psi}{dx^2} = -K^2\psi = (-\frac{2\pi}{\lambda})^2\psi$$

$$(-\frac{2\pi}{\lambda})^2 = \frac{-1}{\psi}\frac{d^2\psi}{dx^2}$$

$$or\ \ \frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{-1}{4\pi^2\psi}\frac{d^2\psi}{dx^2}}$$

**Using de Broglie relation**

$$p = h\,(\frac{1}{\lambda})$$

$$\sqrt{2m(E-V)} \quad = \quad h\left(\sqrt{\frac{-1}{4\pi^2\psi}\frac{d^2\psi}{dx^2}}\right)$$

بالتربيع

$$2m(E-V) = \frac{-h^2}{4\pi^2\psi}\frac{d^2\psi}{dx^2}$$

$$(E-V)\,\psi = \frac{-h^2}{8\pi^2 m}\frac{d^2\psi}{dx^2}$$

$$\frac{-h^2}{8\pi^2 m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$\left(\frac{-h^2}{8\pi^2 m}\frac{d^2}{dx^2} + V\right)\psi = E\psi \quad -------- \ Schro.\ equ$$

$$\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V\right)\psi = E\psi \quad [\text{since } \ h = 2\pi\hbar] ---- Schro.\ equ.$$

$$or \qquad \left(\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V\right)\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi$$

اذن تصبح المعادلة :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + V_o\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}$$

تسمى هذه المعادلة بمعادلة شرودنجر المعتمدة على الزمن في بعد واحد و لتعميم المعادلة على الأبعاد الثلاث نعوض $\nabla^2$ مكان $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ و $r$ مكان $x$ .

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(r,t) + V(r)\psi(r,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(r,t)}{\partial t}$$

## المحاضرة الخامسة

**مثال / ابدأ بمعادلة موجية بسيطة ومثالية:** $\nabla^2\psi-(\frac{1}{\upsilon^2})\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=0,$ **اشتق معادلة شرودنكر غيرالمعتمدة على الزمن للإلكترون الحر بافتراض علاقة دي برولي و**

$$\psi(x,y,z,t)=\psi(x,y,z)\,e^{(-iwt)}$$ .

الحل /

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=-w^2\psi \quad\Rightarrow\quad \nabla^2\psi-(\frac{1}{\upsilon^2})(-w^2\psi)=0\Rightarrow\nabla^2\psi+(\frac{w^2}{\upsilon^2})\psi=0\Rightarrow\nabla^2\psi+K^2\psi=0$$

$$If\ \ p=\frac{h}{\lambda},\ and\ \ E=\frac{p^2}{2m}=\frac{h^2}{2m\lambda^2}=\frac{\hbar^2K^2}{2m} \quad\Rightarrow\ \therefore K^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\therefore\ \ \nabla^2\psi+(\frac{2mE}{\hbar^2})\psi=0 \ \ \Rightarrow\ \ (-\frac{\hbar^2}{2m})\nabla^2\psi=E\psi$$

مثال / يتحرك جسيم كتلته m على طول المحور x في أي مكان $x=\frac{-a}{2}$ to $x=\frac{a}{2}$ يوصف بواسطة دالة الموجة $\psi(x,t)=A\cos\frac{\pi x}{a}\ e^{(\frac{-iEt}{\hbar})}$ اثبت ان هذه الدالة هي حل لمعادلة شرودنكر واحسب قيمة الطاقة E لادنى حالة افترض الطاقة الكامنة صفر.

الحل / نشتق الدالة المعطاة ونعوض في معادلة شرودنكر :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+V\psi=i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \qquad \Rightarrow \qquad -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+0=i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}=-(\frac{\pi}{a})A\sin\frac{\pi x}{a}\; e^{(\frac{-iEt}{\hbar})}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=-(\frac{\pi}{a})^2 A\cos\frac{\pi x}{a}\; e^{(\frac{-iEt}{\hbar})}=-(\frac{\pi}{a})^2\psi$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{iE}{\hbar}A\cos\frac{\pi x}{a}\; e^{(\frac{-iEt}{\hbar})}=-\frac{iE}{\hbar}\psi$$

$$Substitution \;\Rightarrow\; \frac{\hbar^2}{2m}(\frac{\pi}{a})^2=-i\hbar\frac{iE}{\hbar}\psi$$

$$\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}\psi=E\psi \qquad \therefore E=\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$$

مثال / بين ان الدالة الموجية $\Psi(x,t)=A\; e^{[-(\frac{\sqrt{cm}}{2\hbar})x-(\frac{i}{2})\sqrt{\frac{c}{m}}\,t]}$ هي حل لمعادلة شرودنكر اذا علمت ان الجهد هو: $V(x,t)=V(x)=c\frac{x^2}{2}$ .

الحل/ نكتب معادلة شرودنكر ونعوض عن الجهد :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+V\psi=i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \qquad \Rightarrow \qquad -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{cx^2}{2}\psi=i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

نشتق الدالة الموجية ونعوض في معادلة شرودنكر :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{i}{2}\sqrt{\frac{c}{m}}\,\psi$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\sqrt{cm}}{2\hbar}2x\psi = -\frac{\sqrt{cm}}{\hbar}x\psi$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{\sqrt{cm}}{\hbar}\psi - \frac{\sqrt{cm}}{\hbar}x(-\frac{2\sqrt{cm}}{2\hbar}x\psi) = -\frac{\sqrt{cm}}{\hbar}\psi + \frac{cm}{\hbar^2}x^2\psi$$

$$substituting \qquad \frac{\hbar^2\sqrt{cm}}{2m\hbar}\psi - \frac{\hbar^2 cm}{\hbar^2}x^2\psi + \frac{c}{2}x^2\psi = i\hbar(-\frac{i}{2})\sqrt{\frac{c}{m}}\psi$$

$$\frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{c}{m}}\,\psi = \frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{c}{m}}\,\psi$$

اذن الدالة الموجية $\Psi(x,t) = A\; e^{[-(\frac{\sqrt{cm}}{2\hbar})x - (\frac{i}{2})\sqrt{\frac{c}{m}}\,t]}$ هي حل لمعادلة شرودنكر.

مثال / بين ان الدالة $\psi = e^{ix}$ هي حل لمعادلة شرودنكر اذا علمت ان الجهد $V = -\frac{\hbar^2}{2m}$

الحل/

$$\psi = e^{-ax} \qquad \Rightarrow \frac{d\psi}{dx} = -a\,e^{-ax} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} = -a^2\,e^{-ax}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}a^2\psi - \frac{\hbar^2}{2m}\psi = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\hbar^2}{2m}a^2\psi = \frac{\hbar^2}{2m}\psi$$

$$\therefore\; \psi = e^{-ax} \qquad is\ not\ a\ solution$$

$$\psi = e^{ix} \quad \Rightarrow \frac{d\psi}{dx} = i\,e^{ix} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} = i^2\,e^{ix} = -\psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(-\psi) - \frac{\hbar^2}{2m}\psi = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\hbar^2}{2m}\psi = \frac{\hbar^2}{2m}\psi$$

$\therefore\; \psi = e^{ix}$ اذن الدالة هي حل لمعادلة شرودنكر

يمكن تمثيل معادلة شرودنكر بلغة المؤثرات كالاتي :

$$\hat{H}\,\psi(r,t) = \hat{E}\,\psi(r,t)$$

حيث ان H هو المؤثر الهاملتوني و E هي الطاقة الكلية .

## إشتقاق معادلة شرودنجر الغير معتمدة على الزمن T.I.S.E.

نبدأ الإشتقاق من معادلة شرودنجر المعتمدة على الزمن :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\,\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}$$

لنفرض أن الدالة الموجية $\psi(x,t) = \psi(x)\,\phi(t)$ و ذلك وفق مبدأ فصل المتغيرات :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}[\psi(x)\,\phi(t)] + V(x)\,\psi(x)\,\phi(t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}[\psi(x)\,\phi(t)]$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\psi(x)\,\frac{\partial^2\,\phi(t)}{\partial x^2} + \phi(t)\frac{\partial^2\,\psi(x)}{\partial x^2}\right] + V(x)\,\psi(x)\,\phi(t) = i\hbar\left[\psi(x)\,\frac{\partial\,\phi(t)}{\partial t} + \phi(t)\frac{\partial\,\psi(x)}{\partial t}\right]$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[0+\ \phi(t)\frac{\partial^2\,\psi(x)}{\partial x^2}\right]+V(x)\,\psi(x)\,\phi(t)=i\hbar\left[\psi(x)\ \frac{\partial\,\phi(t)}{\partial t}+\ 0\right]$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\phi(t)\frac{\partial^2\,\psi(x)}{\partial x^2}+V(x)\,\psi(x)\,\phi(t)=i\hbar\psi(x)\ \frac{\partial\,\phi(t)}{\partial t}$$

الآن نقسم طرفي المعادلة على $\psi(x)\ \phi(t)$ فنحصل على ما يلي :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{\psi(x)}\frac{\partial^2\,\psi(x)}{\partial x^2}+V(x)=i\hbar\frac{1}{\phi(t)}\ \frac{\partial\,\phi(t)}{\partial t}$$

في المعادلة الأخيرة تمكنا من جعل الدالة الموجية $\psi$ تعتمد على الموقع $x$ فقط و لا تعتمد على الزمن $t$ و هذه الخطوة تمكننا من جعل طرفي المعادلة تساوي ثابتاً مثل $C$ .

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{\psi(x)}\frac{d^2\,\psi(x)}{dx^2}+V(x)=C$$

$$i\hbar\frac{1}{\phi(t)}\ \frac{d\,\phi(t)}{dt}=C\quad\Longrightarrow\quad\int\frac{d\,\phi(t)}{\phi(t)}=\int\frac{C}{i\hbar}dt$$

$$\Longrightarrow\quad \ln\phi(t)=-i\frac{C}{\hbar}t+k \qquad\qquad \boxed{\frac{1}{i}=-i\ ,\quad \frac{1}{-i}=i}$$

$$\Longrightarrow\quad \phi(t)=e^{-i\frac{C}{\hbar}t}\ .\ e^{k}$$

عند معايرة الدالة $\phi(t)$ سوف نجد أن ثابت المعايرة هو $e^{k}$ و هو يساوي واحد .

$$\therefore \quad \phi(t) = e^{-i\frac{C}{\hbar}t}$$

عند مقارنة الدالة $\phi(t)$ مع معادلة الموجة الكلاسيكية التي هي $\phi(t) = e^{-i\omega t}$ سوف نجد أن :

$$\frac{C}{\hbar} = \omega \quad \Longrightarrow \quad C = \hbar\omega \quad \Longrightarrow \quad C = \hbar(2\pi v) \quad \Longrightarrow \quad C = hv = E$$

نعوض قيمة $C$ في المعادلة @ و نضرب المعادلة في $\psi(x)$ و نحصل على :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{\psi(x)}\frac{d^2\,\psi(x)}{dx^2} + V(x) = E$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\,\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

محاضرات الفيزياء الكمية للعام الدراسي 2021- 2022 م .م احمد كريم سمير

## المحاضرة السادسة

## التفسير الفيزيائي للدالة الموجية ( كثافة الاحتمالية )

ان الدالة الموجية (Ψ) تصف سلوك الجسيم وقيمتها التابعة لجسيم متحرك عند الموقع (x,y,z) في اللحظة t تتعلق باحتمال وجود الجسيم في ذلك المكان والزمان ، في حين انه لا يمكن قياس الدالة Ψ تجريبياً أي انه لا نستطيع ان نحدد احتمالية وجود الجسيم من الدالة ، وسبب ذلك هو ان الاحتمالية (probability) بان شيئاً في موقع معين عند لحظة معينة يمكن ان يأخذ القيمة بين (0) الذي يمثل عدم وجود الجسيم و (1) الذي يمثل وجود الجسيم ولقد ادخل العالم ماكس بورن 1926 بان احتمالية وجود الجسيم دالته الموجية Ψ عند موقع (x,y,z) عند اللحظة t تتناسب مع الكمية $\Psi^2$ حيث تسمة كثافة الاحتمالية أي ان :

$$P = |\Psi^2| = (\Psi\Psi)$$

فعلى سبيل المثال اذا كانت الدالة متمثلة بجزء حقيقي وخيالي كالدالة

$$\Psi = A + iB \quad \text{فان} \quad \Psi^* = A - iB$$

حيث A,B مقادير حقيقية

$$P = |\Psi^2| = \Psi\Psi^* = (A + iB)(A - iB) = A^2 \cancel{- iAB} \cancel{+ iAB} + B^2$$

$$P = |\Psi^2| = A^2 + B^2$$

كان اقتراح ماكس بورن غير اعتيادي على الإطلاق, فلقد أصبحنا غير قادرين على تحديد موقع إلكترون داخل الذرة, مثلما نحن غير قادرون على تحديد الوجه الذي تتخذه قطعة النرد عند سقوطها. إن كل ما نستطيع قوله الآن, أن احتمالية تواجد الإلكترون في المدى كذا هو كذا بالمائة, والمدى الأخر هو كذا بالمائة وهكذا. أي أن الأمور جميعها قد تحولت إلى إحصاء.

## المعايرة Normalizing

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x,t)|^2 dx = 1$$

او

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*\Psi \, dx = 1 \; or \; N$$

وتسمى هذه المعادلة بشرط المعايرة normalizing condition, وتعني ببساطة أن الجسيم يكون موجود بالفعل في مكان ما ولحظة ما في الفضاء. تمثل هذه العلاقة الأخيرة أحد أهم الشروط الهامة في ميكانيكا الكم, وتستخدم كثيرا لحل المسائل الرياضية. يطلق على الدالة الموجية التي تحقق تلك العلاقة بالدالة الموجية المعايرة.

فمثلاً لو كان لدينا :

$$\Psi_o(x,t) = C\Psi(x,t)$$

حيث $c$ ثابت يتغير مع تغيير معايرة الدالة ولو طبقنا شرط المعايرة لحساب قيمة الثابت :

$$\int C\,\Psi^*(x,t) C\Psi(x,t) = 1$$

$$C^2 \int \Psi^*(x,t)\Psi(x,t)dx = 1 \rightarrow \; C^2 N = 1 \; \rightarrow C = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$\Psi_o(x,t) = \frac{1}{\sqrt{N}}\Psi(x,t)$$

## التعامد Orthogonal

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_n^* \Psi_m \, dx = 0$$

حيث ان $\Psi_n^* \neq \Psi_m$

يمكن دمج شرط المعايرة وشرط التعامد في علاقة رياضية واحدة وكما يأتي :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n \psi_m^* dv = \delta_{nm}$$

$$when \quad n = m \Rightarrow \delta_{nm} = 1 \Rightarrow normalization\ condition$$

$$when \quad n \neq m \Rightarrow \delta_{nm} = 0 \Rightarrow orthogonality\ condition$$

الرمز $\delta_{nm}$ يسمى دلتا كرونيكر (Kronecker) وهو يساوي الواحد عندما (n=m) وهو شرط المعايرة، ويساوي الصفر عندما($n \neq m$) وهو شرط التعامد.

## مبدأ هايزن بيرغ ( عدم اللادقة ) Uncertanity principle

توصل العالم هايزنبرك 1927 الى مبدأ اللادقة لقياس الزخم و الموقع في أن واحد لنتصور أننا أجرينا تجربة لقياس زخم وموقع جسيم ما بصورة أنية ولنتصور أن هذا الجسيم هو الالكترون على سبيل المثال ، لكي تتمكن من قياس الموقع بدقة نحتاج الى مجهر ويتطلب ذلك تسليط ضوء او فوتونات التي تتشتت عند أصطدامها بالجسيم حيث ان مدى المسافة $\Delta X$ المتوقع ايجاد الالكترون فيها تتناسب مع الطول الموجي للفوتون المستخدم في تحديد موقع الالكترون،

ولكن كلما استعملنا فوتون ذو طول موجي اقصر لزيادة دقة القياس ازدادت طاقة الفوتون و بالتالي ازداد الزخم المنقول من هذا الفوتون الى الالكتون المراد تحديد موقعه $\Delta P$ وهذا يعني زيادة سرعة الالكترون لذا فأن زخم الجسم سيخضع الى شك (اللادقة) الذي قدره $\Delta P = h/ \Delta X$

ان الصيغة العامة لعلاقات اللاتحديد مثال ذلك علاقة اللادقة بين الموقع والزخم الخطي :

$$\Delta P . \Delta X \geq \frac{\hbar}{2}$$

حيث ان P الزخم X الموقع .

أي ان المبدأ ينص على انه لا يمكن تحديد موقع وزخم الجسم في الوقت نفسه . أي لايمكن تحديد موقع جسيم وزخمه بدقة متناهية بصورة أنية ففي حالة تحديد أحدهما وليكن الزخم $\Delta Px = 0$ فأن التغير بالموقع يساوي $\Delta X = \infty$ كذلك يمكن أيجاد اللادقة لقياس الطاقة والزمن بنفس الطريقة :

$$\Delta E . \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

حيث ان

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

وفي حالة كون $\Delta E = 0$ فان $\Delta t = \infty$ أي انه عند تهيج النواة في ما لانهاية من الزمن فأن الطاقة تملك أقل قيمة والتي تعرف بالحالة المستقرة stationary state.

مثال :- جسم كتلته 1μg وموقعه معروف بدقة 1μm احسب عدم الدقة في كمية الحركة او الزخم Δp ومن ثم احسب عدم الدقة في سرعته Δv .

الحل /

$$\Delta p\ \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} \ \rightarrow \ \Delta p \geq \frac{6\times10^{-34}}{2\times3.14\times1\times10^{-6}} = 5\times10^{-29} kg.\frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m\Delta v \rightarrow \ \Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{5\times10^{-29}}{1\times10^{-9}} = 5\times10^{-20}\ m/s$$

مثال / بافتراض ان اللادقة في تعيين موقع جزيء الهيدروجين الذي كتلته $2\times10^{-27}$kg يقدر بحوالي $10^{-10}$ m احسب عدم اللادقة في كمية الحركة Δp وعدم اللادقة في سرعته Δv .

الحل /

$$\Delta p\ \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} \ \rightarrow \ \Delta p \geq \frac{6\times10^{-34}}{2\times3.14\times10^{-10}} = 6.6\times10^{-24} kg.\frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m\Delta v \rightarrow \ \Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{6.6\times10^{-24}}{2\times10^{-27}} = 3.3\times10^{3}\,\frac{m}{s}$$

مثال / زمن عمر الحالة المثارة لذرة الهيدروجين $10^{-8}$s احسب قيمة اللادقة في طاقته

الحل /

$$\Delta E . \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta E \geq \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 3.14 \times 10^{-8}} = 1 \times 10^{-26} J$$

$$= 6.5 \times 10^{-8} eV$$

# المحاضرة السابعة

## أعداد الكم Quantum Numbers

حسب معطيات ميكانيكا الكم يلزمنا ثلاث أعداد كمية لوصف الإلكترون الوحيد الموجود في ذرة الهيدروجين تنتج هذه الأعداد الكمية من حل معادلة شرودنجر رياضيا. تتضمن هذه الأعداد:

عدد الكم الرئيس principle quantum number

عدد الكم الثانوي أو عدد كم العزم الزاوي angular momentum quantum number

عدد الكم المغناطيسي magnetic quantum number

تستخدم أعدد الكم هذه في وصف الإلكترون والفلك الذي يشغله. أما عدد الكم الرابع فهو يصف حركة الإلكترون تحت ظرف محدد وهو مهم لاعطاء الوصف الكامل للإلكترون.

## عدد الكم الرئيس *n*

يعطى بقيم صحيحة تأخذ قيم تتراوح ما بين 1 إلى 7 وهي نفس أعداد الكم التي اقترحها بور في ذرة الهيدروجين تمثل البعد عن النواة وطاقة الفلك الذي يشغله (هذا لاينطبق تماما على الذرات الأخرى غير ذرة الهيدروجين) فمن المعروف أنه كلما زادت قيمة $n$ كلما زاد بعد الإلكترون عن النواة وكلما زادت طاقته وصار يشغل فلكا أكبر حجما.

## عدد كم العزم الزاوي ( $l$ ) angular momentum quantum number

يحدد عدد كم العزم الزاوي $l$ شكل الفلك الذي يتخذه الإلكترون في دورانه حول النواة. وتعتمد القيم التي يتخذها على قيمة عدد الكم الرئيس $n$، ففي حالة قيمة معينة من $n$ يتخذ عدد كم العزم الزاوي القيم من الصحيحة من صفر حتى أعلى قيمة له التي يجب أن لاتتجاوز $n-1$ . فإذا كان عدد الكم الرئيس $n=1$ فإن قيم $l$ هي 0 فقط وإذا كانت $n = 2$ فإن قيم $l$ هي 0 و 1 وإذا كانت قيمة $n = 3$ فإن $l$ يأخذ القيم 0 و 1 و 2 وهكذا. ولكل قيمة من $l$ يوجد حرف مقابل يمثل الرمز الطيفي الخاص بشكل الفلك حسب الجدول الآتي

| *L* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Name of orbital** | ***s*** | ***p*** | ***d*** | ***F*** | ***g*** | ***H*** |

لاحظ انها تمثل بالأحرف الصغيرة small letters، وهذا يعني عندما $l = 0$ فإن الفلك هو $s$ وعندما $l = 1$ فإن الفلك هو $p$ (وليس $P$ بالحرف الكبير). تمثل هذه الرموز شكل الخطوط الطيفية لطيف الانبعاث كما تم رصدها من العلماء اللذين قاموا بدراسة طيف الهيدروجين.

حيث

| تعني حاد | $s$ = sharp |
|---|---|
| تعني رئيسي | $p$ = principle |
| تعني مشوش | $d$ = diffuse |
| تعني أساسي | $f$ = fundemental |

أما الرموز التالية لهذه الأربعة فهي تتبع الترتيب الأبجدي $g, h, i, j, k, \ldots$. وعندما يكون لدينا عدد من الأفلاك التي لها نفس عدد الكم الرئيس فإنه يقال أنها تمثل غلافا shell رئيسيا. أما الأفلاك الممثلة بالقيم المختلفة من $l$ فهي تمثل أغلفة فرعية subshells. فعلى سبيل المثال الغلاف الرئيس $n = 2$ يمتلك غلافان فرعيان هما $2s$ و$2p$.

وتوضح أيضا قيمة عدد الكم هذا عدد المستويات العقدية التي تظهر في السحابة الإلكترونية الممثلة لحركة الإلكترون حول النواة ففي حالة ما يتخذ القيمة 0 فإن الفلك يظهر بدون مستويات عقدية ويكون له الشكل الكروي وهذه حالة الفلك $s$. أما حين يتخذ القيمة 1 فإن هذا يعني أن الفلك يمتلك مستوى عقدي واحد وتمثل السحابة الإلكترونية على شكل فصين يفصل بينهما منطقة تبلغ قيمة الكثافة الإلكترونية فيها صفر أي أنها منطقة قيمة احتمال وجود الإلكترون فيها صفر وهذه هي المستوى العقدي nodel plane وهي حالة الفلك $p$. أما في الفلك $d$ حيث $l = 2$ لأنه يحتوي على مستويين عقديين وبذلك تمثل السحابة الإلكترونية على هيئة أربعة فصوص. وثمانية فصوص في الفلك $f$ الذي قيمة $l = 3$ وله ثلاث مستويات عقدية.

## عدد الكم المغناطيسي The magnetic quantum number $m_l$

يمثل عدد الكم هذا اتجاه الفلك في الفضاء في الغلاف الفرعي وتعتمد قيمته على قيمة $l$ فهو يأخذ قيمه الصحيحة السالبة والموجبة مرورا بالصفر. ولكل قيمة $l$ هناك عدد من القيم لعدد الكم المغناطيسي تساوي $2l + 1$ بمعنى إذا كانت $l = 0$ أي حالة الفلك $s$ فإن لدينا عدد 0 من قيم $m_l$ . وإذا كانت $l = 1$ أي حالة الفلك $p$ فإن لدينا عدد $2(1) + 1 = 3$ من قيم $m_l$ . . وإذا كانت $l = 2$ أي حالة الفلك $d$ فإن لدينا عدد $2(2) + 1 = 5$ من قيم $m_l$.

## عدد الكم المغزلي The spin quantum number $m_s$

أظهرت التجارب على طيف الانبعاث لكل من الهيدروجين والصوديوم أنه وجودد تأثير لمجال مغناطيسي خارجي يؤدي إلى انشطار كل خط طيفي من الطيف الظاهر لهما. وكان التفسير الوحيد المقبول لهذه الظاهرة هو أن كل إلكترون يتصرف كأنه مغناطيس صغير وهذا لا يحدث إلا لو كان الإلكترون يغزل حول محوره كما تدور الأرض حول محورها. فعلى حسب النظرية الكهرومغناطيسية تتولد المجالات المغناطيسية من حركة الغزل للشحنات أو الجسيمات المشحونة الاحتمالين الممكنين لحركة الغزل للإلكترون الأولى حين يكون الدوران مع عقارب الساعة clockwise والثانية ضد عقارب الساعة counterclockwise ومن هنا يحتم علينا ادخال عدد كم جديد رابع لوصف هذه الحركة المغزلية وهو العدد $m_s$ الذي يمكن أن يأخذ القيم $+½$ أو $–½$.
وقد جاء الدليل القاطع على وجود حركة مغزلية للإلكترون على يد العالمين اوتو سترن ووالتر جيرلوش في العام 1924م حيث يسري شعاع من الذرات الغازية المسخنة المتولدة في فرن لتمر عبر مجال مغناطيسي غير متجانس هنا ظهر أن التفاعل بين الإلكترونات والمجال المغناطيسي قد أدى إلى انحراف الذرات عن مسارها المستقيم وحيث أن الحركة المغزلية حركة عشوائية فقد حدث أن انحرف نصف الذرات إلى اتجاه وانحرف النصف الثاني إلى الاتجاه الثاني.

## الأفلاك الذرية

ان العلاقات المختلفة التي تربط اعداد الكم الأربع ببعضها في تركيب الذرة وعلاقتها بأشكال الأفلاك الذرية كما يأتي:

**<u>أفلاك s -*s orbitals*</u>** من اهم ما يطرح من أسئلة في هذا المقام هو الآتي : ما هو شكل الفلك الذي يتخذه الإلكترون؟ والاجابة أن الفلك ليس له شكل محدد لأن الدالة الموجية المحددة للفلك تمدد من النواة وحتى اللانهاية مما يجعل وصف شكل الفلك صعبا. وبالمقابل فإنه من المفيد التفكير في أن الأفلاك لها أشكال محددة خاصة عندما نريد أن نصف كيفية حدوث الترابط الكيميائي.
ولحل هذا التناقض فإننا نقول أنه من الصحيح أن الإلكترون يمكن أن يوجد في أي مكان في الذرة وبالقرب من النواة إلا أن كثافة السحابة الإلكترونية المتخلفة من حركته تختلف من منطقة لأخرى (وهذه في حالة الفلك *1s*) تتمدد من داخل الذرة إلى خارجها بمعنى أنها تكون كثيفة جدا بالقرب من النواة ثم تقل كثافتها بشكل متجانس كلما ابتعدت إلى اللانهاية التي عندها تصبح الكثافة صفرا.
وبالتقريب يمكننا أن نقول أن الإلكترون يقضي 90% من وقته بالقرب من النواة في محيط كروي له نصف قطر يبلغ 100 بيكومتر.

وبذلك يصبح التمثيل برسم دائري أو كروي يعني أن هذه هي الحدود السطحية التي تغلف المنطقة التي تمثل 90% من السحابة الإلكترونية الكلية الناتجة عن حركة الإلكترون في الفلك *1s*.
وان الحدود السطحية لأفلاك *1s* و *2s* و *3s* لذرة الهيدروجين وجميعها عبارة عن أفلاك كُروية الشكل spherical shapes ولكنها تختلف في أحجامها حيث يزداد الحجم بزيادة عدد الكم الرئيس.
ومن الملاحظ أن هذا النوع من التمثيل يفتقد إلى تفاصيل توزيع الكثافة الإلكترونية ولكنه في ذات الوقت مفيد لتخيل كيفية شكل الفلك وكذلك حجمه النسبي مقارنة بغيره في الذرة.

**أفلاك *p* orbitals *p*** يبدأ ظهور أفلاك *p* في الغلاف الثاني أي أن أول غلاف فرعي من *p* له العدد الكمي الرئيس $n = 2$ أي أنه *2p*. وفي هذه الحالة عدد الكم المغناطيسي يأخذ ثلاث قيم هي ,0 ,1+ 1– مما يعني أن الفلك p يمكن أن يأخذ ثلاث توجهات فراغية على المحاور الكارتيزية أي انه ينقسم إلى ثلاث أفلاك وهي التي تسمى $p_x, p_y, p_z$ تعني الرموز الصغيرة الموجوده مع كل حرف من *p* الاتجاه الذي يتخذه الفلك في الفراغ أو المحور الكارتيزي الذي توجد حوله السحابة الإلكترونية الخاصة بالفلك. هذه الأفلاك الثلاثة متماثلة تماما في الشكل والحجم وهذا يعني أن الإلكترون الذي يشغلها له نفس القدر من الطاقة.
وكما وضحنا سابقا أن الاختلاف بين الأفلاك *1s* و *2s* و *3s* ... يكون فقط في الحجم وفإن الحال بالمثل بين الأفلاك *2p* و *3p* و *4p* ... تختلف فقط في أحجامها التي تزيد بزيادة قيمة عدد الكم الرئيس الذي يعني زيادة الطاقة أي أنه كلما كبر حجم الفلك كلما زادت طاقة الإلكترون الذي يشغله.
**<u>أفلاك *d* والأفلاك الأعلى طاقة *d* orbitals and other higher energy orbitals</u>**. عندما تتخذ *l* القيمة 2 هذا يكون ابتدأ من الغلاف الرئيس الثالث أي الفلك *3d* الذي له خمـــس قيم من عدد الكم المغناطيسي هي 2– ,1- ,0 ,1+ ,2+. وكما في حالة أفلاك *p* فإن الاختلافات في أفلاك *d* يكون فقط في اتجاه الفلك ولكن الإلكترونات فيها لها نفس القدر من الطاقة. واختلاف أفلاك *3d* و *4d* و *5d* .
تظهر أهمية أفلاك *f* عند دراسة عناصر الكتلة *f* من الجدول الدوري التي هي الفلزات المعروفة باسم اللانثنيدات والأكتنيدات مثل فلزي الثوريوم $_{90}Th$ و اليورانيوم $_{92}U$ وهذه الأفلاك السبعة لها أشكال معقدة نوعا ما وهي في الوقت الحالي خارجة عن اطار دراستنا.

## طاقات الأفلاك

الآن وبعد أن حددنا الفروقات بين الأفلاك المختلفة في حجومها وأشكالها أصبح من المهم أن نحدد مقادير طاقاتها النسبية لمعرفة كيفية تأثر ترتيب الإلكترونات في الذرة بمستويات الطاقة المتاحة. إن طاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين تتأثر بشكل حصري بقيمة عدد الكم الرئيس *n* وبالتالي فإن طاقة الأفلاك في ذرة الهيدروجين تزيد حسب الترتيب الآتي:

$$1s < 2s = 2p < 3s = 3p = 3d < 4s = 4p = 4d = 4f < \ldots$$

ومن هذا يتضح أنه رغم أن شكل السحابة الإلكترونية تختلف في حالى الفلك $2s$ عن الفلك $2p$ إلا أن الإلكترون في كلاهما له نفس القدر من الطاقة. وأن الفلك $1s$ يمثل أكثر أقل طاقة ممكنة للالكترون أي أنه الحالة الأكثر استقرارا أي الحالة الأرضية ground state. والإلكترون الموجود في هذا الفلك هو الأكثر ارتباطا بالنواة فهو الأقرب لها، أما حين يوجد الإلكترون في المستويات الأعلى طاقة فإنه طاقتة تزيد وتصبح الذرة في الحالة المثارة.

أما بالنسبة للذرات الأكبر من الهيدروجين فإن صورة مستويات الطاقة المتاحة للإلكترونات تصبح أكثر تعقيدا ويدخل عامل الحركة الزاوية المتمثلة في عدد كم العزم الزاوي ليحدد طاقة إلى جانب اعتمادها على قيمة عدد الكم الرئيس، تحدد الطاقات المختلفة للمستويات الفرعية والرئيسية في ذرة متعددة الإلكترونات ومنها يتضح أن الفلك $3d$ له طاقة متقاربة جدا مع طاقة الفلك $4s$. وتعتمد قيمة الطاقة الكلية للذرة ليس فقط على مجموع طاقات الأفلاك المشغولة ولكن أيضا على قيم طاقات التنافر بين الإلكترونات التي تشغل هذه الأفلاك مع التذكير بأن طاقة استيعاب كل فلك من أفلاك المستويات الفرعية يبلغ الكترونين فقط، وهذا ما يجعل في هذه الحالة من المحبذ أن يتم ملىء الفلك $4s$ أولا بالكترونين لأنهما أقصى استيعاب له ومن ثم يتم ملىء الأفلاك الخمسة للمستوى $3d$. ان الترتيب الذي تملأ به الأفلاك الخمسة هو حسب تزايدها في الطاقة وهذا هو ما يعرف بمبدأ البناء الصاعد Aufbau principle.

## التركيب الإلكتروني

تسمح معرفة الأعداد الكمية الأربعة لأي إلكترون بأن نستطيع تحديد هذا الإلكترون بدقة في فلك محدد في الذرة بمعنى أن هذه الأعداد الكمية تمثل ما يشبه العنوان الدقيق للإلكترون. فعلى سبيل المثال الأعداد الكمية الأربعة لأحد إلكترونات الفلك $2s$ هي الآتي:

$$n = 2,\ \mathrm{l} = 0,\ m_{\mathrm{l}} = 0 \text{ and } m_s = +½ \text{ or } -½$$

وهذه الأعداد عادة ما يشار إليها بطريقة مبسطة كالتالي $(2, 0, 0, -½)$ أو $(2, 0, 0, +½)$ حيث الأرقام من اليسار إلى اليمين تمثل الأعداد الكمية الأربعة $n$ و l و $m_{\mathrm{l}}$ و $m_s$ على التوالي. ومن الواضح أن قيمة عدد الكم المغزلي $m_s$ لاتؤثر على شكل ولاحجم الفلك مما يعني أنها لاتؤثر على طاقته.

تعتبر ذرة الهيدروجين أبسط ذرة معروفة وتركيبها الإلكتروني يتضمن وجود الإلكترون الوحيد في الفلك $1s$ عندما تكون الذرة في حالتها المستقرة أو يكون في أحد الأفلاك الأعلى طاقة عندما تكون الذرة في حالتها المثارة. أما بالنسبة للذرات الأكبر من الهيدروجين **فإن تحديد تركيبها الإلكتروني هو أمر على جانب كبير من الأهمية وهو طريقة لوصف كيفية توزيع الإلكترونات في الأفلك الذرية المختلفة الأمر الذي يعطي تأثيرا مباشرا على كيفية سلوكها الكيميائي.**
اكتب التوزيع الإلكتروني للذرات التي لها الأعداد الذرية 15 و 18.

## قاعدة باولي للاستبعاد Pauli Exclusion Principle

تطبق هذه القاعدة للذرات المحتوية على أكثر من إلكترون وتنص على أنه من المستحيل أن يتفق إلكترونين في نفس الذرة في أعدادهم الكمية الأربعة فإذا اتفق الإلكترونات في الأعداد الكمية الثالثة الأولى فمن الواجب أن يكون لكل منهما عزل مختلف عن الآخر. وبعبارة أخرى أن كل فلك يجب أن يشغل فقط بالكترونين على شرط أن يكونا متعاكسين في الغزل.
تعتبر قاعدة باولي للاستبعاد من أهم أسس ميكانيكا الكم، وما يجعلها أهم من أن تعتبر مجرد نظرية أنها مدعومة بمشاهدة تجريبية قاطعة فلو كان الإلكترونين الموجودان في الفلك $1s$ لذرة الهيليوم متوازيين في الغزل لكان المجموع الكلي للعزم الناتج عن حركتيهما المغزلية مساويا لمجموع ما يساهم به كل إلكترون حيث أنهما يعززان بعضهما بسبب غزلهما في نفس الاتجاه ولكن الحقيقة التجريبية تظهر أنهما ليسا كذلك مما يؤكد أنهما موجودان في الحالة المستقرة بشكل متعاكس في الغزل أي أن كلاهما يلغي العزم الناتج من حركة الآخر وبذلك تعتبر ذرة الهيليوم ذرة دايامغناطيسية أي ذرة لاتحتوي على إلكترونات منفردة. أما ذرة الهيدروجين بالمقابل فهي ذرة بارامغناطيسية لأنها تحتوي على إلكترون وحيد منفرد. وبصفة عامة تعرف المواد البارامغناطيسية paramagnetic substances بأنها المواد التي تنجذب إلى خطوط القوى الناشئة عن مجال مغناطيسي خارجي نتيجة لوجود إلكترونات منفردة في تركيبها الإلكتروني.

أما المواد الدايامغناطيسية diamagnetic substances فهي المواد التي تتنافر مع خطوط القوي الناشئة عن مجال مغناطيسي خارجي وهذا راجع لأن تركيبها الإلكتروني يحتوي فقط على إلكترونات مزدوجة.

ومن قياس الخواص المغناطيسية للعناصر نحصل على أكثر الدلائل التجريبية المباشرة على كيفية ترتب الإلكترونات في الأفلاك. وقد ساهمت التطورات الكبيرة التي طرأت على تقنيات أجهزة القياس في تمكين العلماء من تعيين التوزيع الإلكتروني وتحديد عدد الإلكترونات المنفردة لكل العناصر.

وبصفة عامة يمكننا القول أن أي ذرة تحتوي على عدد ذري فردي هي ذرة ذات خواص بارامغناطيسية راجعة لوجود إلكترون أو أكثر في صورة منفردة. ولكننا بالمقابل لانستطيع أن نقول أن الذرات ذات العدد الذري الزوجي تكون دائما ديامغناطيسية فهي من الممكن أن يحتوي توزيعها على إلكترونين أو أكثر في صورة منفردة وهذا كما في حالة ذرة الأكسجين O8 ذات العدد الذري الزوجي ولكنها تحتوي كما دلت القياسات التجريبية على إلكترونين منفردين كما سيظهر في المناقشة اللاحقة.

## المحاضرة الثامنة

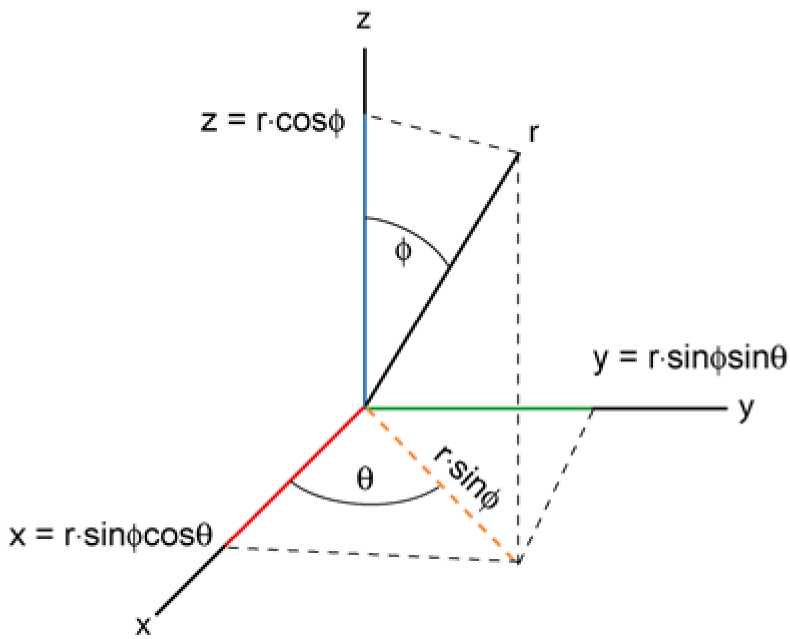
## المعالجة الجديدة لذرة الهيدروجين او نهاية ذرة بور

**لقد تم معالجة ذرة الهيدروجين التي هي ابسط الذرات وأكثرها انتشاراً في الطبيعة عن طريق نظرية الكم القديمة وتحديداً نموذج بور . كان هذا النموذج الأخير يقتضي وجود نواة مكونة من بروتون واحد والكترون واحد يدوران حول بعضهما البعض وبسبب ضخامة حجم النواة ( البروتون في حالة ذرة الهيدروجين) بالنسبة للالكترون اعتبرنا ان النواة ساكنة والالكترون يدور حولها.**

**لكن هذه الصورة البسيطة تخترق مبدأ عدم اللادقة اذ لو كان الالكترون يدور بشكل دائري حول النواة لكان في مقدورنا تحديد كل من موقعه وزخمه في ان واحد وهذا يعارض مبدا عدم اللادقة .**

**تم إعادة النظر في معالجة ذرة الهيدروجين انطلاقا من نظرية الكم الحديثة وتحديدا معادلة شرودنكر وتفسير بورن الاحتمالي ومبدا هايزنبيرغ الارتيابي بواسطة هذه المفاهيم حصلنا على شكل جديد للذرة يختلف عن نموذج بور ولكن يتفق بصورة جيدة مع التجارب .لكن نموذج بور لم يمت بالكامل بل كل ما في الامر انه يظهر كحالة من احدى الحالات الكثيرة التي تظهر من نتائج نظرية ميكانيكا الكم .**

**عندما نتعامل مع الالكترون المتحرك حول النواة فانه لا يتم استخدام الاحداثيات الكارتيزية (x,y,z) بل نستخدم الاحداثيات الكروية القطبية spherical polar coordinates يوضح الشكل ادناه العلاقة بين الاحداثيات الكروية وعلاقتها مع الاحداثيات الكارتيزية.**




**شكل يوضح العلاقة بين الاحداثيات الكروية والاحداثيات الكارتيزية**

**بينا فيما سبق ان معادلة شرودنكر هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية والتي تشابه قانون نيوتن الثاني وتحل هذه المعادلة لتعطي في النهاية الدالة ψ في حالة ذرة الهيدروجين سيكون الحل النهائي للدالة ψ مساويا لحاصل ضرب دالتين وكالاتي :**

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\emptyset) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\emptyset)$$

**حيث n هو عدد الكم الرئيسي وهو معروض من نموذج بور وl عدد الكم المداري وm عدد الكم المغناطيسي وهما عددان ينتجان من حل معادلة شرودنكر وتسمى الدالة $R_{nl}(r)$ بالدالة النصف قطرية وكما نلاحظ هي دالة تعتمد على نصف قطر النواة r وتعتمد فقط على عدد الكم الرئيس والمداري اما الدالة $Y_{lm}(\theta,\emptyset)$ تسمى الدالة الكروية وكما نلاحظ فهي تعتمد على الزاوية θ لان الزاوية Ø تعتبر ثابتة.**

**عند دراسة نظام معين في ميكانيكا الكم تجري العمليات الرياضية لإيجاد شيئين مهمين وهما الدالة المميزة eigen function والقيمة المميزة eigen value في حالة ذرة الهيدروجين يمكن كتابة معادلة شرودنكر كالاتي :**

$$H\psi = E\psi$$

حيث ψ تمثل الدالة المميزة E تمثل القيمة المميزة وقيمتها :

$$E_n = -\frac{kmz^2e^4}{2n^2\hbar^2}$$

وتعبر القيمة المميزة $E_n$ عن طاقة المدارات والمعادلة أعلاه هي نفسها معادلة بور وسبب فشل نموذج بور في الحالات الأكثر تعقيدا من ذرة الهيدروجين هو انه يمثل خليط بين الفيزياء الكلاسيكية والكمية اما الان في ميكانيكا الكم لم نستخدم الميكانيك الكلاسيكي.

## المؤثرات Operators

المؤثر عبارة عن قاعدة رياضية تحول دالة ما الى أخرى مثلا المؤثر التفاضلي d/dx يحول الدالة f(x) الى دالة أخرى هي f'(x) والتكامل والجذر التربيعي والاعداد المضروبة بعدد كلها تدل على عمليات تأثير رياضي.

## المؤثرات وميكانيكا الكم operators and Quantum mechanics

| ت | اسم المؤثر | رمز المؤثر | قيمته |
|---|---|---|---|
| 1 | الموقع position | r او x | الضرب في r او x |
| 2 | الزخم momentum | p | $i\hbar(\frac{d}{dx}+\frac{d}{dy}+\frac{d}{dz})$ او $i\hbar\frac{d}{dx}$ |
| 3 | الطاقة الحركية kinetic energy | T | $-\frac{\hbar^2}{2m}(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2})$ |
| 4 | الطاقة الكامنة potential energy | V(r) | الضرب في v(r) |
| 5 | الهاملتوني Hamiltonian | H | T+V |
| 6 | الطاقة الكلية Total energy | E | $i\hbar\frac{d}{dt}$ |

## خصائص المؤثرات

**1- الجمع والطرح لمؤثرين** $(\hat{A}+B)F = AF + BF$

**2- التوزيع** $\hat{A}(B+C) = AB + AC$

**3- الابدالية** $\hat{A}B \neq B\hat{A}$

## القيم المميزة والدوال المميزة eigen vale & eigen function

**عندما يؤثر المؤثر Â على الدالة f وينتج عن ذلك نفس الدالة مضروبة بثابت ما نسمي الدالة بالدالة المميزة والثابت القيمة المميزة .**

**مثال : اثبت ان الدالة الاتية** $\psi = Ae^{-\alpha x}$

**هي دالة مميزة للمؤثر التالي :**

$$\hat{F} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{d}{dx} + \frac{2\alpha}{x}$$

$$\hat{F} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{d}{dx} + \frac{2\alpha}{x}$$

**الحل:**

$$\hat{F}\psi = \frac{d^2}{dx^2}\left(Ae^{-\alpha x}\right) + \frac{2}{x}\frac{d}{dx}\left(Ae^{-\alpha x}\right) + \frac{2\alpha}{x}\left(Ae^{-\alpha x}\right)$$

$$\hat{F}\psi = \alpha^2 Ae^{-\alpha x} + \frac{2}{x}\left(-\alpha Ae^{-\alpha x}\right) + \frac{2\alpha}{x}\left(Ae^{-\alpha x}\right)$$

$$\hat{F}\psi = \left(\alpha^2 - \frac{2\alpha}{x} + \frac{2\alpha}{x}\right)Ae^{-\alpha x}$$

$$\hat{F}\psi = \alpha^2 Ae^{-\alpha x}$$

$$\hat{F}\psi = \alpha^2 \psi$$

$\psi$ دالة مميزة و $\alpha^2$ القيمة المميزة

**تمرين** أوجد الدالة المميزة للمؤثر التالي :

$$\hat{G} = i\hbar\frac{\partial}{\partial x} + bx$$

## اقواس التبادل والمبادلات Commutators in Quantum Mechanics

**ويكتب قوس التبادل على النحو الاتي :**

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

وهذه بعض العلاقات المفيدة للمبادلات:

$$[\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{B}, \hat{A}] = 0$$

$$[\hat{A}, \hat{A}] = 0$$

$$[\hat{A}, \hat{B} + \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{A}, \hat{C}]$$

$$[\hat{A} + \hat{B}, \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{C}] + [\hat{B}, \hat{C}]$$

**أمثلة:** **اثبت ان :**

$$[x,p^2] = [x,p]p + p[x,p]$$
$$= i\hbar p + i\hbar p = 2i\hbar p$$

$$[x,p^2]f(x) = -\hbar^2 x\frac{d^2 f}{dx^2} + \hbar^2\frac{d^2}{dx^2}(xf)$$
$$= -\hbar^2 x\frac{d^2 f}{dx^2} + \hbar^2\frac{d}{dx}\left(x\frac{df}{dx} + f\right)$$
$$-\hbar^2 x\frac{d^2 f}{dx^2} + \hbar^2 x\frac{d^2 f}{dx^2} + \hbar^2\frac{df}{dx} + \hbar^2\frac{df}{dx}$$
$$= 2\hbar^2\frac{df}{dx} = 2i\hbar\left(-i\hbar\frac{df}{dx}\right) = 2i\hbar p f(x)$$

$$[x,p^2] = 2i\hbar p$$

**مثال :من معادلة شرودنكر الغير معتمدة على الزمن اثبت ان مؤثر الزخم يساوي**

$$\acute{p} = \mp i\hbar\nabla$$

**معادلة شرودنكر الغير معتمدة على الزمن :**

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2 + U\right)\psi = E\psi$$

**ولكن E هي الطاقة الكلية وتساوي :**

$$E = \frac{P^2}{2m} + U$$

**وبمقارنة المعادلتين نحصل على :**

$$\frac{P^2}{2m} + U = (-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U)$$

**وبالتبسيط نحصل على :**

$$P^2 = -\hbar^2\nabla^2$$

**وبالجذر نحصل على :**

$$P = \hbar\nabla\sqrt{-1} = \mp i\hbar\nabla$$

# المحاضرة التاسعة

## القيم المتوقعة Expectation Values

$$\langle A \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{A} \psi dv}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dv}$$

**اذا كانت الدالة ψ معايرة فان المقام يساوي واحد وبالتالي تصبح العلاقة :**

$$\langle A \rangle = \int \psi^* \hat{A} \psi dv$$

**مثال : اوجد القيمة المتوقعة لمؤثر الزخم على المحور x اذا علمت ان دالة الموجة هي :**

$$\boldsymbol{\psi = A e^{i(kx - wt)}}$$

$$\langle p_x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{p}_x \psi dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi dx$$

$$\langle p_x \rangle = -i\hbar \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial}{\partial x} \psi dx$$

$$\langle p_x \rangle = -i\hbar \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial}{\partial x} A e^{i(k_x x - \omega t)} dx$$

$$\langle p_x \rangle = -i\hbar . ik_x \int^{+\infty} \psi^* \psi dx = \hbar k_x$$

**مثال : اوجد القيمة المتوقعة لمؤثر الطاقة اذا علمت ان دالة الموجة هي :**

$$\psi = Ae^{i(kx-wt)}$$

$$\langle E\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{E}\psi\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi\, dx$$

$$\langle E\rangle = i\hbar \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial}{\partial t} \psi\, dx$$

$$\langle E\rangle = i\hbar \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial}{\partial t} Ae^{i(k_x x-\omega t)} dx$$

$$\langle E\rangle = i\hbar . -i\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi\, dx = \hbar\omega$$

## مبدا عدم اللادقة وعلاقته بالقيمة المتوقعة

**يرتبط مبدا عدم اللادقة بالقيمة المتوقعة وفق العلاقات الاتية :**

$$\Delta A^2 = \langle A^2\rangle - \langle A\rangle^2 \Rightarrow \Delta A = \sqrt{\langle A^2\rangle - \langle A\rangle^2}$$

$$\Delta B^2 = \langle B^2\rangle - \langle B\rangle^2 \Rightarrow \Delta B = \sqrt{\langle B^2\rangle - \langle B\rangle^2}$$

**مثال:**

إذا علمت أن الدالة الموجية لجسيم

$$\psi = A e^{i(k_x x - \omega t)}$$

بين أن مقدار اللاتحديد في موقع الجسيم يساوي لانهاية(∞)

الحل :لقد وجدنا في تمرين سابق أن :

$$\langle p_x \rangle = \hbar k_x \Rightarrow \langle p_x \rangle^2 = \hbar^2 k_x^2$$

ثم نجد :

$$\langle p_x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{p}_x \psi dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \psi dx$$

$$\langle p_x^2 \rangle = -\hbar^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi dx$$

$$\langle p_x^2 \rangle = -\hbar^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{\partial^2}{\partial x^2} A e^{i(k_x x - \omega t)} dx$$

$$\langle p_x^2 \rangle = -\hbar^2 . -k_x^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx = \hbar^2 k_x^2$$

وبتطبيق علاقة عدم اللادقة نحصل على :

$$\Delta p_x = \sqrt{\langle p_x^2 \rangle - \langle p_x \rangle^2} = \sqrt{\hbar^2 k_x^2 - \hbar^2 k_x^2} = 0$$

$$\Delta p_x . \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x} = \frac{\hbar}{0} = \infty$$

**مثال:**

إذا علمت أن الدالة الموجية لجسيم

$$\psi = A e^{i(k_x x - \omega t)}$$

احسب عدم اللادقة في الزمن وذلك من خلال حساب عدم اللادقة في الطاقة .

## رموز ديراك Dirac notations

$$\int \psi^* \psi dv \equiv \langle \psi | \psi \rangle \Leftrightarrow bracket$$

$$\psi \rightarrow |\psi\rangle \leftarrow ket$$

$$\psi^* \rightarrow \langle \psi | \leftarrow bra$$

## المصادر


- كتاب ميكانيكا الكم للدكتورسعود اللحياني . جامعة ام القرى .السعودية.

- ميكانيكا الكم  للدكتورمحمد احمد الجلالي – جامعة الطائف.

- مقدمة في ميكانيكا الكم. تأليف بي.تي.ماثيوزوترجمة الدكتورأسامة زيد إبراهيم جامعة طنطا.

- ميكانيكا الكم بين الفلسفة والعلم تأليف يوسف البناي.